

# Vaardigheden

**bladzijde 242**

- 1a**  $17\frac{1}{2}$   
**b** €600  
**c**  $22\frac{1}{2}$   
**d** 200
- 2a**  $66\frac{2}{3}\%$   
**b** 10 %  
**c**  $12\frac{1}{2}\%$   
**d** 25%
- 3a**  $\frac{3}{10} \times 80 = 24$   
**b**  $\frac{1}{8} \times 180 = 22\frac{1}{2}$   
**c**  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 66 = \frac{1}{6} \times 66 = 11$
- 4a** Grove schatting: 20% van 500 is 100. Berekening geeft  $0,177 \times 521 = 92,217$ .  
**b** Schatting: 20% van 200 is 40. Berekening geeft  $0,198 \times 210 = 41,58$ .  
**c** Een schatting: 5% van 5, dus 0,25. Berekening leert  $0,049 \times 4,9 = 0,2401$ .
- 5a**  $\frac{48-40}{60-40} \times 100\% = 40\%$   
**b**  $\frac{14-5}{14-4} \times 100\% = 90\%$   
**c**  $\frac{44,6-42,5}{47,5-42,5} \times 100\% = 42\%$
- 6a** Eerst op volgorde van grootte zetten. Je krijgt 22, 23, 23, 24, 25, 32, 44, 55, 64, 66, 66, 77, 88. Er zijn 13 getallen, dus je moet het 7<sup>e</sup> getal hebben. De mediaan is 44.  
**b** De geordende rij is 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 12, 23. Er zijn 14 getallen. De mediaan is nu het gemiddelde van de middelste twee (7<sup>e</sup> en 8<sup>e</sup> getal). Mediaan  $\frac{3+3}{2} = 3$ .
- 7a** Van  $3+4+10+11+3=31$  bomen.  
**b**  $\frac{24}{31} \times 100\% \approx 77,4\%$   
**c**  $\frac{25}{31} \times 100\% \approx 80,6\%$   
**d** De klassenmiddens zijn 63, 69, 75, 81 en 87 feet. Omdat je met klassenmiddens werkt krijg je slechts een benadering van het werkelijke gemiddelde.  
Het geschatte gemiddelde =  $\frac{3 \times 63 + 4 \times 69 + 10 \times 75 + 11 \times 81 + 3 \times 87}{31} \approx 76$  feet.  
Het heeft niet zoveel zin om een cijfer achter de komma mee te nemen.  
De berekening met klassenmiddens is toch al onnauwkeurig.  
**e** Ga uit van 76 als gemiddelde. De 14 bomen van de hoogste 2 klassen zijn hoger dan 76 feet en naar schatting ook  $\frac{78-76}{78-72} \times 100\% = 33\frac{1}{3}\%$  van de middelste klasse, dus ongeveer 3 bomen. Het gevraagde antwoord is  $14+3=17$  bomen.

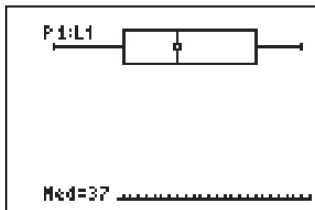
**bladzijde 243**

- 8** Je voert via knop STAT en optie EDIT de gegevens in lijst L1in. Via knop STAT en keuze CALC en 1-Var Stats L1 (je moet wel naar beneden scrollen) verschijnt op het scherm alles wat je nodig hebt om de boxplot te tekenen.

```

1-Var Stats
↑n=27
minX=21
Q1=30
Med=37
Q3=47
maxX=53
    
```

Via knop STAT PLOT en keuzen van type boxplot en L1 en tenslotte knop TRACE verschijnt de boxplot zelf op het scherm.



- 9a** Via knop STAT en optie EDIT vul je lijsten L1 (met rij 1) en L2 (met rij2).  
**b** Via knop STAT en keuze CALC en 1-Var Stats L1 krijg je

```

1-Var Stats
x=76.33333333
Σx=916
Σx²=71260
Sx=11.03163495
σx=10.56198635
↓n=12
■
    
```

Het gemiddelde van rij 1 is dus 76,33 en de standaardafwijking 10,56.

Via knop STAT en keuze CALC en 1-Var Stats L2 krijg je in beeld dat het gemiddelde van rij 2 73,25 is en de standaardafwijking 10,89.

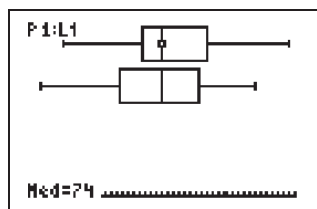
- c** De gemiddelden gaan ook 3 naar beneden en de standaardafwijkingen blijven gelijk.  
**d** Zowel de gemiddelden als de standaardafwijkingen worden 3 keer zo klein.  
**e** Als je via knop STAT de keuzen CALC en 1-Var Stats L1 maakt en op het scherm naar beneden scrollt, dan krijg je:

```

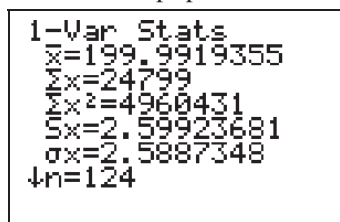
1-Var Stats
↑n=12
minX=56
Q1=70.5
Med=74
Q3=82
maxX=97
■
    
```

Van rij 1 is de mediaan dus 74 en de kwartielafstand  $82 - 70,5 = 11,5$ . Als je dezelfde bewerking uitvoert op lijst L2, krijg je voor rij 2 als mediaan 74 (zelfde als rij 1) en als kwartielafstand  $80,5 - 66,5 = 14$ .

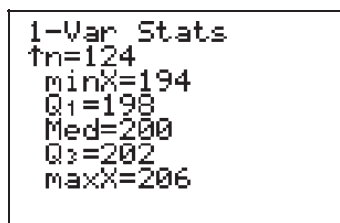
- f Met STAT PLOT, het aanzetten van plot 1 voor L1 en plot2 voor L2 en tenslotte TRACE krijg je de 2 boxplots.



- 10a Met knop DISTR optie 2 kom je bij normalcdf. Daarna moet je 4 parameters invullen. De linker- en de rechtergrens van het gebied waarvan je de kans wilt weten en verder het gemiddelde en de standaardafwijking van de normale verdeling. Je krijgt nu  $\text{normalcdf}(80,1E^99,75,7) \approx 0,238$  en het gevraagde percentage is ongeveer 23,8 %.
- b Je krijgt nu  $\text{normalcdf}(65,70,75,7) \approx 0,161$ . Het gevraagde percentage is 16,1%.
- c Je kunt deze vraag vertalen in: Welke lichaamsgewichten horen bij de lichtste 80% van de studenten. In deze vorm kun je rechtstreeks invNorm gebruiken, te vinden met knop DISTR en optie 3. Bij invNorm moet je 3 parameters invullen, de laatste 2 zijn weer het gemiddelde en de standaardafwijking van de normale verdeling. De eerste parameter is in dit geval de kans 0,8.  $\text{invNorm}(0,8; 75; 7) \approx 80,9$  betekent dat links van 80,9 kg 80% van de verdeling ligt. Rechts van 80,9 kg dus 20%. Het antwoord op de gestelde vraag is: de gewichten  $\geq 80,9$  kg.
- d Gezocht worden de waarden van de twee grenzen L (links) en R (rechts). Tussen L en R ligt de middelste 20% van de studentenpopulatie. Omdat de normale verdeling symmetrisch is moet links van R 60% van de verdeling liggen en moeten L en R aan weerszijden even ver van gemiddelde 75 liggen.  $R = \text{invNorm}(0,6; 75; 7) \approx 76,8$  kg en dus moet  $L \approx 75 - 1,8 = 73,2$  kg zijn. Tussen 73,2 en 76,8 kg ligt de middelste 20% van de studentenpopulatie.

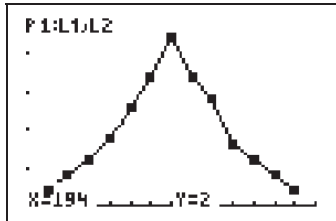


- 11a Het gemiddelde is vrijwel 200.
- b Naar beneden scrollen op het scherm levert:



De mediaan is dus (net als het gemiddelde) 200. De kwartielafstand is  $202 - 198 = 4$ .

- c Je gaat naar STATPLOT en kiest voor plot1=on en type frequentiepolygoon met Xlist L1 en Ylist L2. Met een geschikt venster (X van 193 tot 207 en Y van 0 tot 25) krijg je:



- d De verdeling is redelijk symmetrisch maar is een beetje te spits om op de normale verdeling te kunnen lijken. Nee dus.

12a  $P = \text{normcdf}(200, 1E^{99}, 190, 15) \approx 0,252$

- b Kies  $Y1 = \text{invNorm}(0.65, 190, x)$ . Je zoekt de  $x$  waarvoor de waarde van  $Y1$  ongeveer 200 wordt. Via TBLSET met TblStart = 1 en  $\Delta\text{Tbl} = 1$  vind je met knop TABLE al snel:

X	Y1
20	197.71
21	198.09
22	198.48
23	198.86
24	199.25
25	199.63
26	200.02

X=26

De standaardafwijking is 26.

- c Kies nu  $Y1 = \text{normInv}(0.81, x, 15)$ . Je zoekt weer een  $x$  waarvoor  $Y1 = 200$ . Via TBLSET met bij voorbeeld TblStart = 180 en  $\Delta\text{Tbl} = 1$  vind je met knop TABLE al gauw:

X	Y1
181	194.17
182	195.17
183	196.17
184	197.17
185	198.17
186	199.17
187	200.17

X=187

G zit dus tussen 186 en 187 in. Via knop TBLSET met TblStart = 186 en  $\Delta\text{Tbl} = 0.1$  kun je het zoekproces verfijnen. Je komt dan uit op  $G = 168,8$ .

# Door elkaar

bladzijde 244

- 1a**  $P(\text{kuipje weegt minder dan } 500 \text{ g}) = \text{normalcdf}(-1E^{99}; 500; 520; 18) \approx 0,1333$ .  
Dus 13,3% van de kuipjes zullen minder dan 500 g bevatten.
- b** InvNorm rekent met de linkerkant van de normale verdeling. Het gezochte grensgewicht is dus  $\text{invNorm}(0,95; 520, 18) \approx 549,6$  g. De kuipjes met de sticker bevatten minstens 539,7 g.
- c** We zoeken het gemiddelde  $x$  waarvoor  $\text{Normalcdf}(-1E^{99}; 500; x; 18) \approx 0,01$  is. Voer  $Y1 = \text{Normalcdf}(-1E^{99}; 500; x; 18)$  in in je rekenmachine en onderzoek met TABLE welke  $x$  daaraan voldoet. Kies in TBLSET bijvoorbeeld  $\text{TblStart}=540$  en  $\Delta \text{Tbl}=0,1$ .

X	Y1
541.5	.01057
541.6	.01041
541.7	.01026
541.8	.01011
541.9	.00996
542	.00982
542.1	.00967

X=541.9

Na enig gezocht vind je een gemiddeld vulgewicht van 541,9 g.

- 2a** Je voert met knop STAT en optie EDIT de proefwerkcijfers en rapportcijfers in in lijsten L1 en L2. Via knop STAT en optie CALC krijg je voor lijsten L1 en L2:

```

1-Var Stats
n=15
minX=2.8
Q1=5.6
Med=6.8
Q3=7.6
maxX=8.4
    
```

```

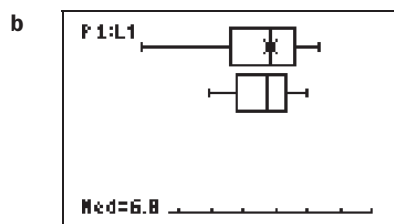
1-Var Stats
n=15
minX=4.9
Q1=5.8
Med=6.7
Q3=7.3
maxX=8
    
```

Proefwerkcijfers: Mediaan = 6,8; Kwartielafstand =  $7,6 - 5,6 = 2$ ;

Spr.breedte =  $8,4 - 2,8 = 5,6$ .

Rapportcijfers: Mediaan = 6,7; Kwartielafstand =  $7,3 - 5,8 = 1,5$ ;

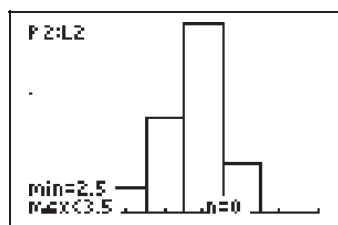
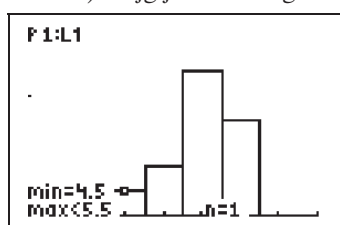
Spr.breedte =  $8 - 4,9 = 3,1$ .



- c** frequentietabel:

	[2,5; 3,5>	[3,5; 4,5>	[4,5; 5,5>	[5,5; 6,5>	[6,5; 7,5>	[7,5; 8,5>
pr.werkcijfers	1	1	1	2	6	4
rapportcijfers	0	0	1	4	8	2

- d** Via STATPLOT kun je met de goede instelling van WINDOW ( $X_{\min}=2,5$   $X_{\max}=10$ ,  $X_{\text{scl}}=1$ ) krijg je de histogrammen in beeld.



- e Rapportcijfers zijn gemiddelden, en gemiddelden hebben de neiging om naar het midden te trekken. Rapportcijfers zullen dus vaak dichterbij elkaar liggen dan proefwerkcijfers.
- 3a De klassenbreedte is 1.
- b Er zijn 250 waarnemingen. De mediaan is het gemiddelde van de 125<sup>e</sup> en de 126<sup>e</sup> waarneming nadat de waarneming op volgorde zijn gezet. Via de klassenindeling zijn de waarnemingen op volgorde geplaatst. De mediaan zit in de klasse  $[4,5; 5,5>$ . In deze klasse zitten namelijk de waarnemingen 107 t/m 213.
- c Je voert met knop STAT en optie EDIT de klassenmiddens 2, 3, 4, 5, 6 en 7 in in L1 en bijbehorende frequenties in L2. Via knop STAT en optie CALC krijg je op je scherm "1-Var Stats". Je moet dan "L1, L2" erachter tikken (de komma niet vergeten). Je krijgt:

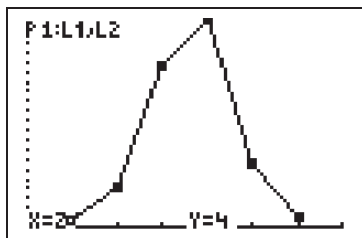
```

1-Var Stats
x̄=4.632
Σx=1158
Σx²=5580
Sx=.9316910393
σx=.9298257901
↓n=250

```

De gemiddelde diameter is dus 4,632 mm en de standaardafwijking ongeveer 0,930 mm.

- d Via de knop STAT PLOT en optie frequentiepolygoon verschijnt:



- 4a  $P(\text{beide zakken} > 11,7 \text{ kg}) = P(\text{zak 1} > 11,7 \text{ kg}) \times P(\text{zak 2} > 11,7 \text{ kg}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ .
- b  $P(\text{één zak} > 12 \text{ kg}) = \text{normalcdf}(12; 1E^99; 11,7; 0,3) \approx 0,1587$  dus  $P(\text{beide zakken} > 12 \text{ kg}) \approx (0,1587)^2 = 0,0252$ .
- c  $P(\text{een willekeurige zak} \geq 11 \text{ kg}) = \text{normalcdf}(11; 1E^99; 11,7; 0,3) \approx 0,9902$ . Dat percentage is dus in de buurt van 99% en de partij voldoet aan de eis.
- d Voer in in je rekenmachine  $Y1 = \text{normalcdf}(-1E^99; 11; x; 0,3)$ . We zoeken het gemiddelde vulgewicht  $x$  waarvoor  $\text{normalcdf}(-1E^99; 11; x; 0,3) \approx 0,02$ . Na enig gezocht via de knop TABLE, waarbij je uiteindelijk neemt  $\Delta Tbl = 0,01$  vind je:

X	Y1
11.61	.02275
11.62	.02101
11.63	.01938
11.64	.01786
11.65	.01645
11.66	.01513
11.67	.0139

X=11.6

Het gezochte gemiddelde vulgewicht is dus 11,62 kg.